

数学(理工农医类)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1) 设集合 $M = \{2, 5, 8\}$, $N = \{6, 8\}$, 则 $M \cup N =$

- (A) $\{8\}$ (B) $\{6\}$ (C) $\{2, 5, 6, 8\}$ (D) $\{2, 5, 6\}$

(2) 函数 $y = \sqrt{x^2 + 9}$ 的值域为

- (A) $[3, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$
(C) $[9, +\infty)$ (D) $\mathbf{R}$

(3) 若 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\sin \theta = \frac{1}{4}$, 则 $\cos \theta =$

- (A) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ (B) $-\frac{\sqrt{15}}{16}$ (C) $\frac{\sqrt{15}}{16}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

- (4) 已知平面向量 $a=(-2,1)$ 与 $b=(\lambda,2)$ 垂直, 则 $\lambda=$
 (A) -4 (B) -1 (C) 1 (D) 4
- (5) 下列函数在各自定义域中为增函数的是
 (A) $y=1-x$ (B) $y=1+x^2$ (C) $y=1+2^{-x}$ (D) $y=1+2^x$
- (6) 设甲: 函数 $y=kx+b$ 的图像过点 $(1,1)$,
 乙: $k+b=1$,
 则
 (A) 甲是乙的必要条件, 但不是乙的充分条件
 (B) 甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件
 (C) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件
 (D) 甲是乙的充分必要条件
- (7) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各棱所在的直线中, 与直线 AA_1 异面的共有
 (A) 1 条 (B) 2 条
 (C) 3 条 (D) 4 条
- (8) 若等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 3, $a_4=9$, 则 $a_1=$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$
 (C) 3 (D) 27
- (9) 函数 $y=2+e^{x-1}$ 的反函数为
 (A) $y=\ln(x-2) (x>2)$ (B) $y=\ln(x-2)-1 (x>2)$
 (C) $y=\ln(x-2)+1 (x>2)$ (D) $y=1-\ln(2-x) (x<2)$
- (10) 设 $\tan \theta=2$, 则 $\tan(\theta+\pi)=$
 (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
- (11) 已知点 $A(1,1), B(2,1), C(-2,3)$, 则过点 A 及线段 BC 中点的直线方程为
 (A) $x+y-2=0$ (B) $x+y+2=0$
 (C) $x-y=0$ (D) $x-y+2=0$
- (12) $(1+2i)(1-i)=$
 (A) $3i$ (B) $1-3i$ (C) $-1+i$ (D) $3+i$
- (13) 以点 $(0,1)$ 为圆心且与直线 $\sqrt{3}x-y-3=0$ 相切的圆的方程为
 (A) $x^2+(y-1)^2=2$ (B) $x^2+(y-1)^2=4$
 (C) $x^2+(y-1)^2=16$ (D) $(x-1)^2+y^2=1$
- (14) 设 $f(x)$ 为偶函数, 若 $f(-2)=3$, 则 $f(2)=$
 (A) -3 (B) 0 (C) 3 (D) 6

- (15) 已知空间向量 $a=(1,-1,0)$, $b=(1,0,-1)$, 则 $a \cdot b =$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (16) 某学校为新生开设了 4 门选修课程, 规定每位新生至少要选其中 3 门, 则一位新生不同的选课方案共有
(A) 4 种 (B) 5 种 (C) 6 种 (D) 7 种
- (17) 甲、乙两人独立地破译一个密码, 设两人能破译的概率分别为 p_1, p_2 , 则恰有一人能破译的概率为
(A) $p_1 p_2$ (B) $(1-p_1) p_2$
(C) $(1-p_1) p_2 + (1-p_2) p_1$ (D) $1 - (1-p_1)(1-p_2)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

- (18) 设二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像过点 $(-1, 2)$ 和 $(3, 2)$, 则其对称轴的方程为 _____.
- (19) 抛物线 $y^2=2px$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左焦点, 则 $p=$ _____.
- (20) 某平面截球 O 所得小圆的面积为 π , 且球心 O 到该平面的距离为 $\sqrt{2}$, 则球 O 的体积为 _____.
- (21) 从某公司生产的安全带中随机抽取 10 条进行断力测试, 测试结果(单位: kg) 如下:
3 722 3 872 4 004 4 012 3 972 3 778 4 022 4 006 3 986 4 026
则该样本的样本方差为 _____ kg^2 (精确到 0.1).

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

(22) (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $A=30^\circ$, $AC=BC=1$. 求

(I) AB ;

(II) $\triangle ABC$ 的面积.

(23) (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, $a_1 = \frac{1}{2}$, 且 a_1, a_2, a_5 成等比数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 50$, 求 n .

(24) (本小题满分 12 分)

已知曲线 $y=ax+b\cos x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为 $x-2y+2=0$, 求

(I) a, b ;

(II) 函数 $f(x)=ax+b\cos x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 的最大值与最小值.

(25) (本小题满分 13 分)

设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 和 F_2 , 直线 l 过 F_1 且斜率为 $\frac{3}{4}$,

$A(x_0, y_0) (y_0 > 0)$ 为 l 和 E 的交点, $AF_2 \perp F_1F_2$.

(I) 求 E 的离心率;

(II) 若 E 的焦距为 2, 求其方程.

数学(理工农医类)试题参考答案

一、选择题

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (1) C | (2) A | (3) A | (4) C | (5) D |
| (6) D | (7) D | (8) B | (9) C | (10) A |
| (11) A | (12) D | (13) B | (14) C | (15) B |
| (16) B | (17) C | | | |

二、填空题

- (18) $x=1$ (19) 4 (20) $4\sqrt{3}\pi$ (21) 10 928.8

三、解答题

(22) 解: (I) 由已知得 $C = 120^\circ$,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} \\ &= \sqrt{1+1-2\cos 120^\circ} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

(II) 设 CD 为 AB 边上的高, 那么 $CD = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$,

$\triangle ABC$ 的面积为

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

(23) 解: (I) $a_2 = \frac{1}{2} + d, a_5 = \frac{1}{2} + 4d$,

由已知得 $(\frac{1}{2} + d)^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 4d)$,

解得 $d=0$ (舍去), 或 $d=1$.

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{2} + (n-1) \times 1 = n - \frac{1}{2}$.

(II) $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n^2}{2}$. 由已知得 $\frac{n^2}{2} = 50$,

解得 $n = -10$ (舍去), 或 $n = 10$.

所以 $n = 10$.

(24)解:(I) $y' = a - b \sin x$. 由题设有

$$\begin{cases} a - b \sin 0 = \frac{1}{2}, \\ a \times 0 + b \cos 0 = 1, \end{cases}$$

解得 $a = \frac{1}{2}, b = 1$.

(II) 由 (I) 知 $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$,

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \sin x.$$

对 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 令 $f'(x) = 0$, 解得

$$x = \frac{\pi}{6}.$$

比较 $f(0) = 1$, $f(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{4}$,

知 $f(x) = \frac{x}{2} + \cos x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 的最大值为 $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$, 最小值为 $\frac{\pi}{4}$.

(25)解:(I) 由题设知 $\triangle AF_1F_2$ 为直角三角形, 且 $\tan \angle AF_1F_2 = \frac{3}{4}$. 设焦距 $|F_1F_2| = 2c$,

则 $|AF_2| = \frac{3}{2}c$, $|AF_1| = \frac{5}{2}c$,

$$2a = |AF_1| + |AF_2| = 4c.$$

所以离心率

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}.$$

(II) 若 $2c = 2$, 则 $c = 1, a = 2$,

$$b^2 = a^2 - c^2 = 3,$$

椭圆方程为

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$$